

# Grundlagen: Datenbanken

## 1. Zentralübung - WS 16/17

Harald Lang, Linnea Passing

[gdb@in.tum.de](mailto:gdb@in.tum.de)

11.1.2017

Prüfungstermin 01.03.2017, 10:30 Uhr

Anmeldung bis 15.01.2017, 23:59 Uhr

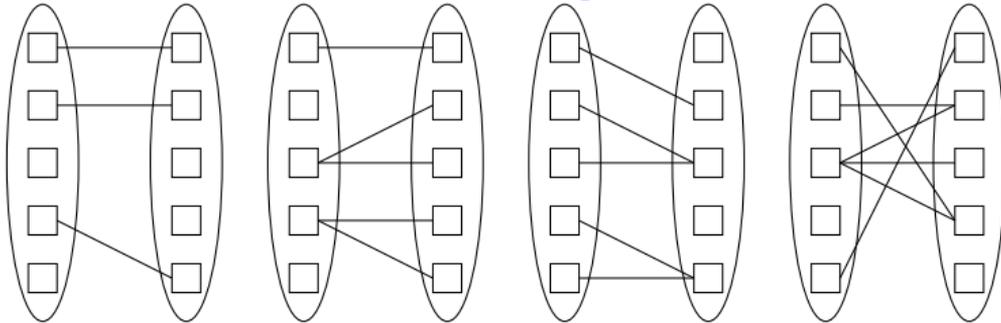
Diese Folien finden Sie online.

Die Mitschrift stellen wir im Anschluss online.

# Datenbankentwurf



## Funktionalitäten (Integritätsbedingungen)



1:1

1:N

N:1

M:N

# Das Relationale Modell

## Definition

- ▶ Eine relationale Datenbank enthält eine Menge von Relationen
- ▶ Eine Relation  $R$  besteht aus zwei Bestandteilen:
  - ▶ Einer **Instanz**  $R$ : eine Tabelle mit Zeilen und Spalten; der *aktuelle Inhalt* der Relation (auch Ausprägung genannt)
  - ▶ Einem **Schema**  $\mathcal{R}$ : spezifiziert den *Namen der Relation* und die *Namen und Datentypen der Spalten*; legt die Struktur der Relation fest

# Das Relationale Modell

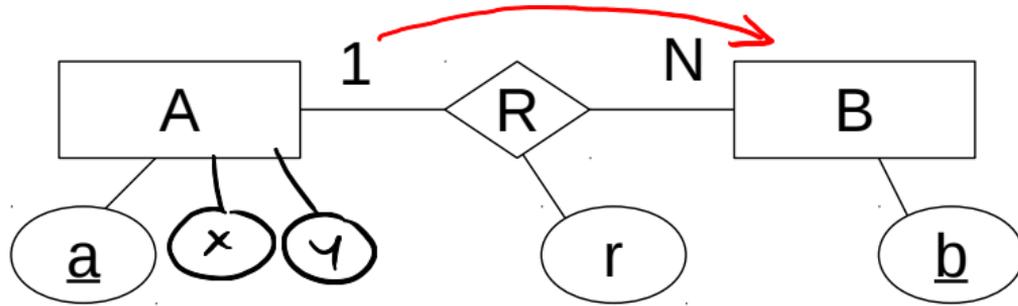
## Beispielausprägung:

<i>Studenten</i>		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	10
27550	Schopenhauer	6
...	...	...

## Schema:

- ▶ 3 Attribute: MatrNr, Name, Semester
- ▶ das Schema assoziiert jedes Attribut mit einer Domäne (Wertebereich)
  - ▶  $D_{MatrNr} = \text{dom}(MatrNr) = \text{Integer} = [-2^{31}, 2^{31}]$
  - ▶ ...
  - ▶  $Studenten \subseteq \text{dom}(MatrNr) \times \text{dom}(Name) \times \text{dom}(Semester)$
  - ▶  $Studenten \subseteq \text{integer} \times \text{string} \times \text{integer}$
- ▶ **Schreibweisen:**
  - ▶  $Studenten : \{[MatrNr : \text{int}, Name : \text{string}, Semester : \text{int}]\}$
  - ▶  $Studenten : \{[MatrNr, Name, Semester]\}$
  - ▶  $Studenten = \{MatrNr, Name, Semester\}$
  - ▶  $Studenten(MatrnNr, Name, Semester)$

# ER-Modell in Schema überführen und verfeinern



$A: \{ \underline{a}, x, y \}$

$B: \{ \underline{b} \}$

$R: \{ \underline{a}, \underline{b}, r \}$

Verfeinerung:

$A: \{ \underline{a}, x, y \}$

$B: \{ \underline{b}, r, a \}$

# Relationale Algebra

## Algebraische Operatoren:

Projektion	$\Pi_{A_1, \dots, A_n}$
Selektion	$\sigma_p$
Kreuzprodukt	$\times$
Verbund (Join)	$\bowtie_\theta, \Join_\theta, \ltimes_\theta, \ltimes\ltimes_\theta, \ltimes\ltimes\ltimes_\theta, \ltimes\ltimes\ltimes\ltimes_\theta, \triangleright_\theta, \triangleleft_\theta$
Mengenoperationen	$\cup, \cap, \setminus$
Division	$\div$ <i>ALL-qualifizierung</i>
Gruppierung/Aggregation	$\Gamma_{A_1, \dots, A_n; a_1: f_1, \dots, a_m: f_m}$
Umbenennung	$\rho_N$ , oder $\rho_{a_1 \leftarrow b_1, \dots, a_n \leftarrow b_n}$

## Anmerkung: Natural-Join vs. allgemeiner Theta-Join

	Natural	Theta
Inner	$\bowtie$	$\bowtie_{\theta}$
Outer	$\bowtie, \bowtie\_, \_ \bowtie$	$\bowtie_{\theta}, \bowtie_{\theta}\_, \_ \bowtie_{\theta}$
Semi	$\bowtie, \times$	$\bowtie_{\theta}, \times_{\theta}$
Anti	$\triangleright, \triangleleft$	$\triangleright_{\theta}, \triangleleft_{\theta}$

### ► Natural

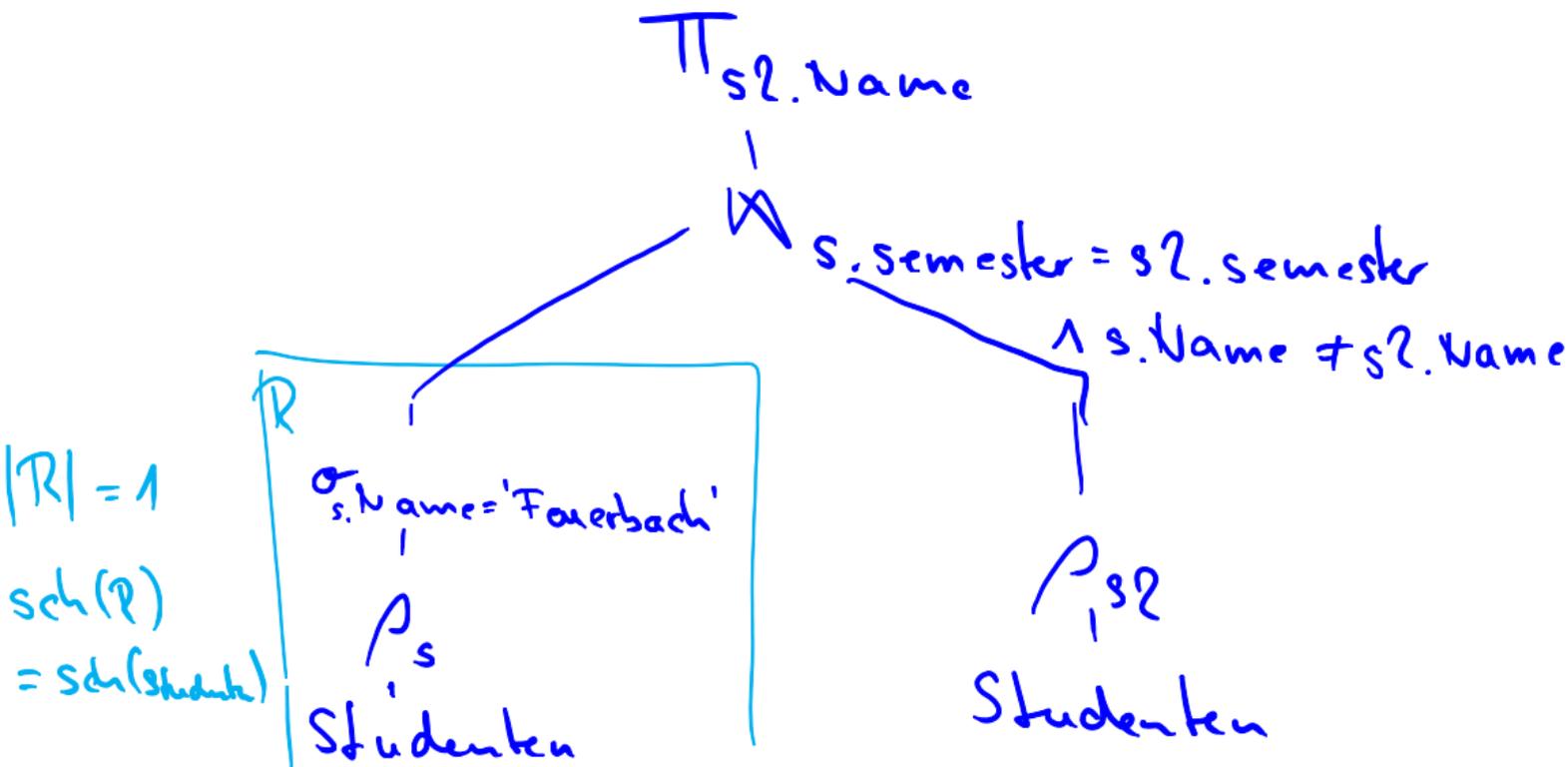
- Implizite Gleichheitsbedingung auf gleichnamigen Attributen
- Die gleichnamigen Attribute tauchen im Ergebnis nur einmal auf (inner und outer).

### ► Theta

- Explizite (beliebige) Joinbedingung:  $\theta$ .
- Im Falle von Inner- und Outer-Join werden alle Attribute der beiden Eingaberelationen in das Ergebnis projiziert.

# Übung: Relationale Algebra (1)

Finde Studenten (nur Namen ausgegeben), die im gleichen Semester sind wie Feuerbach.





# **Relationale Entwurfstheorie**

# Relationale Entwurftheorie

Bedingungen aus der realen Welt  
Matr Nr  $\rightarrow$  Name

**Funktionale Abhängigkeiten** (kurz FDs, für functional dependencies):

- ▶ Seien  $\alpha$  und  $\beta$  Attributmengen eines Schemas  $\mathcal{R}$ .
- ▶ Wenn auf  $\mathcal{R}$  die FD  $\alpha \rightarrow \beta$  definiert ist, dann sind nur solche Ausprägungen  $R$  zulässig, für die folgendes gilt:
  - ▶ Für alle Paare von Tupeln  $r, t \in R$  mit  $r.\alpha = t.\alpha$  muss auch gelten  $r.\beta = t.\beta$ .

# Übung: Relationenausprägung vervollständigen

FD - Suchen

Gegen seien die folgende Relationenausprägung und die funktionalen Abhängigkeiten. Bestimmen Sie zunächst  $x$  und danach  $y$ , sodass die FDs gelten.

$$1 \quad B \rightarrow A$$

$$2 \quad AC \rightarrow D$$

A	B	C	D
7	3	5	8
$x$	4	2	8
7	3	6	9
1	4	2	$y$

# Funktionale Abhängigkeiten

Seien  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \subseteq \mathcal{R}$

## Axiome von Armstrong:

triviale FDs

▶ Reflexivität:

Falls  $\beta \subseteq \alpha$ , dann gilt immer  $\alpha \rightarrow \beta$

▶ Verstärkung:

Falls  $\alpha \rightarrow \beta$  gilt, dann gilt auch  $\alpha\gamma \rightarrow \beta\gamma$

▶ Transitivität:

Falls  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\beta \rightarrow \gamma$  gelten, dann gilt auch  $\alpha \rightarrow \gamma$

Mithilfe dieser Axiome können alle geltenden FDs hergeleitet werden.

Sei  $F$  eine FD-Menge. Dann ist  $F^+$  die Menge aller geltenden FDs (Hülle von  $F$ )

# Funktionale Abhängigkeiten

## Nützliche und vereinfachende Regeln:

▶ **Vereinigungsregel:**

Falls  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\alpha \rightarrow \gamma$  gelten, dann gilt auch  $\alpha \rightarrow \beta\gamma$

▶ **Dekompositionsregel:**

Falls  $\alpha \rightarrow \beta\gamma$  gilt, dann gilt auch  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\alpha \rightarrow \gamma$

▶ **Pseudotransitivitätsregel:**

Falls  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\gamma\beta \rightarrow \delta$  gelten, dann gilt auch  $\gamma\alpha \rightarrow \delta$

$$A \rightarrow X, A \rightarrow Y$$

$$A \rightarrow XY$$

# Schlüssel

- ▶ Schlüssel identifizieren jedes Tupel einer Relation  $\mathcal{R}$  eindeutig.
- ▶ Eine Attributmengende  $\alpha \subseteq \mathcal{R}$  ist ein **Superschlüssel**, gdw.  $\alpha \rightarrow \mathcal{R}$
- ▶ Ist  $\alpha$  zudem noch **minimal**, ist es auch ein **Kandidatenschlüssel** (meist mit  $\kappa$  bezeichnet)
  - ▶ Es existiert also kein  $\alpha' \subset \alpha$  für das gilt:  $\alpha' \rightarrow \mathcal{R}$
- ▶ I.A. existieren mehrere Super- und Kandidatenschlüssel.
- ▶ Man muss sich bei der Realisierung für einen Kandidatenschlüssel entscheiden, dieser wird dann **Primärschlüssel** genannt.
- ▶ Der triviale Schlüssel  $\alpha = \mathcal{R}$  existiert immer.

$$\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$$

# Übung: Schlüsseleigenschaft von Attributmengen ermitteln

- ▶ Ob ein gegebenes  $\alpha$  ein Schlüssel ist, kann mithilfe der Armstrong Axiome ermittelt werden (i.A. zu aufwendig!)
- ▶ Besser: Die **Attributhülle**  $AH(\alpha)$  bestimmen.

- ▶ Beispiel:  $\mathcal{R} = \{A, B, C, D\}$ , mit  $F_{\mathcal{R}} = \{AB \xrightarrow{1} CD, B \xrightarrow{2} C, D \xrightarrow{3} B\}$
- 
- ```
graph TD
    A --> B
    A --> C
    A --> D
    B -- 2 --> C
    C -- 3 --> B
    style D fill:#ffff00
```

$AH(\{D\})$ :  $D \xrightarrow{3} BD \xrightarrow{1} \underline{BCD} \neq \mathcal{R} \rightarrow$  kein Schlüssel

$AH(\{A, D\})$ :  $AD \xrightarrow{3} ABD \xrightarrow{2} ABCD = \mathcal{R} \rightarrow$  Superschlüssel

minimal  
 $AH(\{A, B, D\})$ : ✓ Superschlüssel Kandidatenschl.

aber nicht mehr minimal  $\rightarrow$  kein KS!

# Normalformen: 1NF $\supset$ 2NF $\supset$ 3NF $\supset$ BCNF $\supset$ 4NF

- ▶ **1. NF:** Attribute haben nur atomare Werte, sind also nicht mengenwertig.
- ▶ **2. NF:** Jedes Nichtschlüsselattribut (NSA) ist voll funktional abhängig von jedem Kandidatenschlüssel.

linke Seite  
minimal

- ▶  $\beta$  hängt **voll funktional** von  $\alpha$  ab ( $\alpha \xrightarrow{\bullet} \beta$ ), gdw.  $\alpha \rightarrow \beta$  und es existiert kein  $\alpha' \subset \alpha$ , so dass  $\alpha' \rightarrow \beta$  gilt.
- ▶ **3. NF:** Frei von transitiven Abhängigkeiten (*in denen NSAe über andere NSAe vom Schlüssel abhängen*).
  - ▶ für alle geltenden nicht-trivialen FDs  $\alpha \rightarrow \beta$  gilt entweder
    - ▶  $\alpha$  ist ein Superschlüssel, oder
    - ▶ jedes Attribut in  $\beta$  ist in einem Kandidatenschlüssel enthalten
- ▶ **BCNF:** Die linken Seiten ( $\alpha$ ) aller geltenden nicht-trivialen FDs sind Superschlüssel.
- ▶ **4. NF:** Die linken Seiten ( $\alpha$ ) aller geltenden nicht-trivialen MVDs sind Superschlüssel.

# Mehrwertige Abhängigkeiten

multivalued dependencies (MVDs)

“Halb-formal”:

- ▶ Seien  $\alpha$  und  $\beta$  disjunkte Teilmengen von  $\mathcal{R}$
- ▶ und  $\gamma = (\mathcal{R} \setminus \alpha) \setminus \beta$
- ▶ dann ist  $\beta$  mehrwertig abhängig von  $\alpha$  ( $\alpha \twoheadrightarrow \beta$ ), wenn in jeder gültigen Ausprägung von  $\mathcal{R}$  gilt:
- ▶ Bei zwei Tupeln mit gleichem  $\alpha$ -Wert kann man die  $\beta$ -Werte vertauschen, und die resultierenden Tupel müssen auch in der Relation enthalten sein.

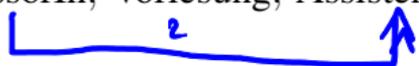
Wichtige Eigenschaften:

- ▶ Jede FD ist auch eine MVD (gilt i.A. nicht umgekehrt)
- ▶ wenn  $\alpha \twoheadrightarrow \beta$ , dann gilt auch  $\alpha \twoheadrightarrow \gamma$  (Komplementregel)
- ▶  $\alpha \twoheadrightarrow \beta$  ist trivial, wenn  $\beta \subseteq \alpha$  ODER  $\alpha \cup \beta = \mathcal{R}$  (also  $\gamma = \emptyset$ )

$$\mathcal{R} = \alpha \cup \beta \cup \gamma \quad \alpha \twoheadrightarrow \beta \text{ trivial}$$

# Beispiel: Mehrwertige Abhängigkeiten

Beispiel:  $R = \{\text{ProfessorIn}, \text{Vorlesung}, \text{AssistentIn}\}$



Komplement zur MVD 1

| ProfessorIn | Vorlesung  | AssistentIn |
|-------------|------------|-------------|
| K           | GDB        | Linnea      |
| K           | Tx Systems | Linnea      |
| K           | GDB        | Harald      |
| K           | Tx Systems | Harald      |
| K           | GDB        | Viktor      |
| K           | Tx Sys     | Viktor      |
|             |            |             |
|             |            |             |
|             |            |             |
|             |            |             |
|             |            |             |
|             |            |             |

} + 1 Assi 'Harald' → 2 Tupel

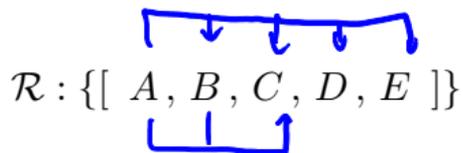
MVD 1

$\alpha = \{\text{Prof}\}$

$\beta = \{\text{Vor}\}$

$\gamma = \{\text{Assi}\}$

# Übung: Höchste NF bestimmen



1)  $\underline{A} \rightarrow BCDE$

2)  $\underline{AB} \rightarrow C$

$\underline{\alpha} \rightarrow \beta$

- 1. NF
- 2. NF
- 3. NF
- BCNF
- 4. NF
- keine der angegebenen

1. NF: ✓

2. NF: ✓  $X = \{A\}$   $NSA_e = \{B, C, D, E\}$

3. NF: ✓

BCNF: ✓

4. NF: ✓

## Übung: Höchste NF bestimmen (2)

$\mathcal{R} : \{ [ A, B, C, D, E ] \}$

$A \rightarrow BCDE$

$B \rightarrow C$

- 1. NF
- 2. NF
- 3. NF
- BCNF
- 4. NF
- keine der angegebenen

# Schema in 3. NF überführen

## Synthesealgorithmus

▶ Eingabe:

▶ **Kanonische Überdeckung  $\mathcal{F}_c$**

- ▶ Linksreduktion
- ▶ Rechtsreduktion
- ▶ FDs der Form  $\alpha \rightarrow \emptyset$  entfernen (sofern vorhanden)
- ▶ FDs mit gleicher linke Seite zusammenfassen

} aufwendig

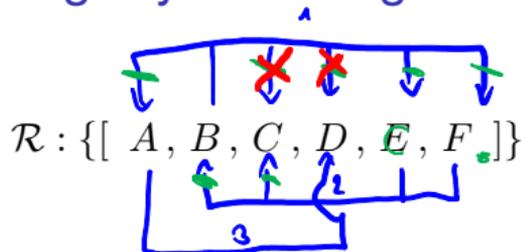
▶ Algorithmus:

1. Für jede FD  $\alpha \rightarrow \beta$  in  $\mathcal{F}_c$  forme ein Unterschema  $\mathcal{R}_\alpha = \alpha \cup \beta$ , ordne  $\mathcal{R}_\alpha$  die FDs  $\mathcal{F}_\alpha := \{\alpha' \rightarrow \beta' \in \mathcal{F}_c \mid \alpha' \cup \beta' \subseteq \mathcal{R}_\alpha\}$  zu
2. Füge ein Schema  $\mathcal{R}_\kappa$  mit einem **Kandidatenschlüssel** hinzu
3. Eliminiere redundante Schemata, d.h. falls  $\mathcal{R}_i \subseteq \mathcal{R}_j$ , verwirfe  $\mathcal{R}_i$

▶ Ausgabe:

- ▶ Eine Zerlegung des ursprünglichen Schemas, wo alle Schemata in 3.NF sind.
- ▶ Die Zerlegung ist **abhängigkeitsbewahrend** und **verlustfrei**.

# Übung: Synthesealgorithmus



- $\rightarrow B \rightarrow ACDEF$   
 $\rightarrow EF \rightarrow BC$   
 $A \rightarrow D$
- } =  $\mathcal{F}$

$\mathcal{K}_A = \{ B \}$      $\mathcal{K}_C = \{ EF \}$

$\overline{\mathcal{F}}_C :$

Linksreduktion:

EF  $\rightarrow$  BC ✓

Rechtsreduktion:

B  $\rightarrow$  A ~~D~~ EF

EF  $\rightarrow$  BC

} =  $\overline{\mathcal{F}}_C$

Synthese:

$\mathcal{R}_1 : \{ \underline{EF} BC \}$

$\mathcal{R}_2 : \{ B, A, E, F \}$

$\mathcal{R}_3 : \{ \underline{A}, D \}$

3NF.

# Schema in BCNF überführen

Fortsetzung folgt

## BCNF-Dekompositionsalgorithmus (nicht abhängigkeitsbewahrend)

- ▶ Starte mit  $Z = \{\mathcal{R}\}$
- ▶ Solange es noch ein  $\mathcal{R}_i \in Z$  gibt, das nicht in BCNF ist:
  - ▶ Finde eine FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F^+$  mit
    - ▶  $\alpha \cup \beta \subseteq \mathcal{R}_i$  (FD muss in  $\mathcal{R}_i$  gelten)
    - ▶  $\alpha \cap \beta = \emptyset$  (linke und rechte Seite sind disjunkt)
    - ▶  $\alpha \rightarrow \mathcal{R}_i \notin F^+$  (linke Seite ist kein Superschlüssel)
  - ▶ Zerlege  $\mathcal{R}_i$  in  $\mathcal{R}_{i.1} := \alpha \cup \beta$  und  $\mathcal{R}_{i.2} := \mathcal{R}_i - \beta$
  - ▶ Entferne  $\mathcal{R}_i$  aus  $Z$  und füge  $\mathcal{R}_{i.1}$  und  $\mathcal{R}_{i.2}$  ein, also  $Z := (Z - \{\mathcal{R}_i\}) \cup \{\mathcal{R}_{i.1}\} \cup \{\mathcal{R}_{i.2}\}$

# Schema in 4.NF überführen

## 4NF-Dekompositionsalgorithmus (nicht abhängigkeitsbewahrend)

- ▶ Starte mit  $Z = \{\mathcal{R}\}$
- ▶ Solange es noch ein  $\mathcal{R}_i \in Z$  gibt, das nicht in 4NF ist:
  - ▶ Finde eine **MVD**  $\alpha \twoheadrightarrow \beta \in \mathcal{F}^+$  mit
    - ▶  $\alpha \cup \beta \subset \mathcal{R}_i$  (FD muss in  $\mathcal{R}_i$  gelten)
    - ▶  $\alpha \cap \beta = \emptyset$  (linke und rechte Seite sind disjunkt)
    - ▶  $\alpha \rightarrow \mathcal{R}_i \notin \mathcal{F}^+$  (linke Seite ist kein Superschlüssel)
  - ▶ Zerlege  $\mathcal{R}_i$  in  $\mathcal{R}_{i.1} := \alpha \cup \beta$  und  $\mathcal{R}_{i.2} := \mathcal{R}_i - \beta$
  - ▶ Entferne  $\mathcal{R}_i$  aus  $Z$  und füge  $\mathcal{R}_{i.1}$  und  $\mathcal{R}_{i.2}$  ein, also  $Z := (Z - \{\mathcal{R}_i\}) \cup \{\mathcal{R}_{i.1}\} \cup \{\mathcal{R}_{i.2}\}$

## Übung: BCNF-Dekompositionsalgorithmus

$$\mathcal{R} = \{A, B, C, D, E, F\}, F_{\mathcal{R}} = \{B \rightarrow AD, DEF \rightarrow B, C \rightarrow AE\}$$